

$$a = (r, m, d) \Rightarrow a+b = (9-m, v+m, d)$$

$$b = (r-m, v, d) \Rightarrow a-b = (m, m-v, d)$$

$$(a+b) \perp (a-b) \Rightarrow a \cdot b = 0 \Rightarrow m(9-m) + (m+v)(m-v) + rd = 0$$

$$4m - m^2 + m^2 + v^2 - \varepsilon^2 + rd = 0$$

$$4m = \varepsilon^2 \Rightarrow m = \frac{\varepsilon^2}{4}$$

$$a = (r, \varepsilon, d) \Rightarrow |a| = \sqrt{r^2 + \varepsilon^2 + d^2} = \sqrt{d}$$

$$b = (-1, v, d) \Rightarrow |b| = \sqrt{1 + \varepsilon^2 + d^2} = \sqrt{d}$$

$$\cos \theta = \frac{a \cdot b}{|a||b|} = \frac{-r + \varepsilon d}{\sqrt{d} \cdot \sqrt{d}} = \frac{\varepsilon d}{d} = \frac{1}{r} \Rightarrow \theta = \frac{\pi}{r}$$

$$L = \begin{cases} x = dt + r \\ y = -r t - r \\ z = \varepsilon t + 1 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \text{نقطه } P \text{ در } L \text{ به صورت } P(dt + r, -rt - r, \varepsilon t + 1)$$

مبدأ مختصات $O(0,0,0)$

$$PO \text{ در } L = \sqrt{(dt+r)^2 + (-rt-r)^2 + (\varepsilon t+1)^2}$$

$$PO' = \Rightarrow \frac{r(dt+r)\varepsilon + r(-rt-r)\varepsilon + r(\varepsilon t+1)\varepsilon}{r\sqrt{\dots}} = \dots$$

$$rdt + rd + \varepsilon t + \varepsilon + 1 + \varepsilon t + \varepsilon = 0 \Rightarrow t = -\frac{rd}{\varepsilon} = -\frac{1}{r}$$

$$PO = \sqrt{(-rd+r)^2 + (1-d-r)^2 + (-r+1)^2} = \sqrt{\frac{1}{\varepsilon^2} + \frac{1}{\varepsilon^2} + 1} = \sqrt{\frac{r}{\varepsilon}} = \frac{\sqrt{r}}{r}$$

نقطه P در L : $P(\varepsilon t + 1, rt - r, t + r)$

$$PQ \Rightarrow \vec{PQ} = (\varepsilon t + 1 - k, rt - r - k, t + r - k)$$

نقطه Q در L : $Q(\dots, k)$

$$PQ \perp L \Rightarrow \vec{PQ} \cdot (\varepsilon, r, 1) = 0 \Rightarrow \varepsilon(\varepsilon t + 1 - k) + r(rt - r - k) + (t + r - k) = 0$$

$$PQ \perp Z \Rightarrow \vec{PQ} \cdot (\dots, 1) = 0 \Rightarrow \dots = 0$$

$$x^2 + x + 9x - 9 = 0 \Rightarrow 13x = 9 \Rightarrow x = \frac{9}{13}$$

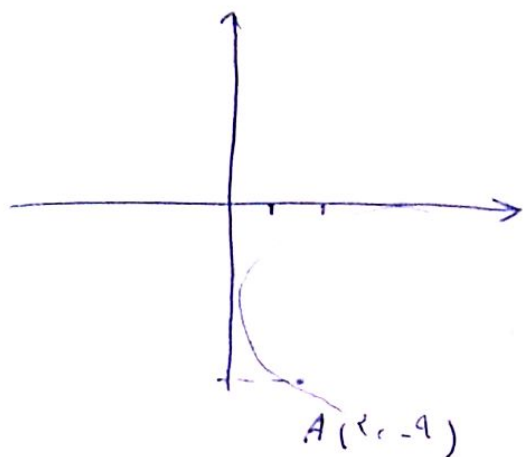
$$|\vec{PQ}| = \sqrt{\left(x \cdot \frac{9}{13} + 1\right)^2 + \left(2x \cdot \frac{9}{13} - 2\right)^2} = \frac{\sqrt{21^2 + 2^2}}{13}$$

۱۳۶ - گزینه ۳

دایره‌ای که بر محورهای مختصات مماس است معادله‌ای به صورت

$$(x-R)^2 + (y-R)^2 = R^2$$

حل به دست کرد که این دایره در کدام نواحی مختصات قرار می‌گیرد با توجه به شکل باید واحد x باشد (مختصات مرکز $(R, -R)$ است)



A(-9, -9)

$$(x-R)^2 + (y+R)^2 = R^2$$

$$(x-R)^2 + (-9+R)^2 = R^2$$

$$x^2 - 2xR + R^2 + 81 - 18R + R^2 = R^2$$

$$R^2 - 22R + 81 = 0$$

$$(R-5)(R-17) = 0 \Rightarrow \boxed{R=17}$$

$$\Rightarrow R=5$$

$$8x^2 - y^2 + 2y - 2 + 2 = 12$$

$$8x^2 - (y-2)^2 = 12 \Rightarrow \frac{x^2}{\frac{3}{2}} - \frac{(y-2)^2}{3} = 1 \quad O(0,2)$$

۱۳۷ - گزینه ۲

عدولی افقی

$$c^2 = a^2 b^2 \Rightarrow c = r \Rightarrow$$

$$\left\{ \begin{array}{l} x = \frac{(y-2)}{2\sqrt{r}} \\ x = \frac{(y-2)}{-2\sqrt{r}} \end{array} \right.$$

$$\Rightarrow \begin{array}{l} F(2,2) \\ F'(-2,2) \end{array}$$

$$\Rightarrow \begin{array}{l} \text{فاصله } OF \\ \text{خط} \\ y = 2\sqrt{2}x - 2 \end{array}$$

$$\Rightarrow d = \frac{|2 - 2 \times 2\sqrt{2} - 2|}{3} = 2\sqrt{2}$$

$$A = +2R(-2.)$$

$$A^T = 2^T R(-2.) = \Lambda \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\Lambda & 0 \\ 0 & -\Lambda \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} -\Lambda & 0 \\ 0 & -\Lambda \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} -2 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 14 \\ -\Lambda \end{bmatrix}$$

۱۳۹ - گزینہ (۲)

$$\begin{aligned} A \times (I - A) &= I \Rightarrow A - A^T = I \Rightarrow \underbrace{A - I}_* = A^T \\ A^T &= A^T \times A^T = (A - I)(A - I) = \underbrace{A^T - A - A + I}_* \\ &= -I - A + I = -A \end{aligned}$$

۱۴۰ - گزینہ (۲)

در واقع سوال مقدار عددی y را می خواهد.

$$R_1 + R_2 \xrightarrow{R_1} R_2, R_2 + R_2 \rightarrow R_2$$

$$\begin{cases} x + y - z = 7 \\ 2x + 2z = 1 \\ 1 \cdot x + 4z = 2 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\xrightarrow{-2R_1 + R_2 \rightarrow R_2}$$

$$\begin{cases} x + y - z = 7 \\ 2x + 2z = 1 \\ -2z = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{aligned} &2 + y - 0 = 7 \Rightarrow y = 5 \\ &2x + 0 = 1 \Rightarrow x = \frac{1}{2} \\ &0 = 0 \end{aligned}$$